

نیمسال: اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام استاد: امین صدیقی

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۱ / ۱۴۰۴

ساعت امتحان: ۱۱:۰۰



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
موسسه آموزش عالی زینتیران

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صدلی:

مدت زمان آزمون: 80 دقیقه

این متن را کامل بخوانید - با توجه به مدت زمان کل که 80 دقیقه است زمان پاسخ به هر سوال را مدیریت کنید

چهار برگ کاغذ پاکتویس A4 سفید + یک برگ چکنویس + ماشین حساب کنار دست شما باشد

(میانگین مدت زمان پاسخ هر سوال ۱۲ دقیقه + ۵ دقیقه صرف بارگزاری + ۳ دقیقه واریانس برای چک مجدد اطمینان از ارسال) .

زمان خود را صرف جستجو در هوش مصنوعی یا در پاسخهای دیگران یا ارسال برای دیگران صرف ننمایید وگرنه وقت کم میاورید

در تمام اوراق نام و نام خانوادگی بنویسید بعضی سوالات چندین قسمت دارد توجه نمایید

۱) رابطه بین سالهای گذشته در ساعات استفاده از شبکه‌های اجتماعی بشرح زیر است، میزان ساعت استفاده در سال بعد را به روش رگرسیون خطی پیش بینی کنید(۳نمره)

سال= x	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴	۱۴۰۵
خون	۱	۳	۴	??

حل: اگر همه سالها را از ۱۴۰۳ کم کنیم

X	-1	0	+1	+2
Y	۱	۳	۴	??

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i * \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{(-1 * 1) + (0 * 3) + (1 * 4) - \frac{(-1 + 0 + 1)(1 + 3 + 4)}{3}}{((-1)^2 + (0)^2 + (1)^2) - \frac{(-1 + 0 + 1)^2}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-1 + 0 + 1}{3} = 0 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1 + 3 + 4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \quad \frac{8}{3} = a + (0.5 * 0) \quad a = \frac{8}{3}$$

$$y = \frac{8}{3} + 1.5x$$

$$Xm = 1403 \rightarrow x = 1405 - 1403 = 2 \rightarrow y = \frac{8}{3} + (1.5 * 2) = 5.66$$

نیمسال: اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام استاد: امین صدیقی

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۱ / ۱۴۰۴

ساعت امتحان: ۱۱:۰۰



نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صندلی:

مدت زمان آزمون: 80 دقیقه

۲) در تعداد زیادی تست امنیت اطلاعات کامپیوتری با توزیع نرمال، میانگین ۱۴ و انحراف معیار ۲ گردید یک تست دیگر به تصادف انجام می‌دهیم الف) احتمال اینکه عدد تست کمتر یا مساوی از ۱۲ شود چقدر است الف) احتمال اینکه عدد تست بیشتر از ۱۷ شود چقدر است ج) احتمال اینکه عدد تست دقیقاً ۱۵ شود چقدر است؟ (برای جدول نرمال استاندارد چنین فرض کنید) د) با محاسبه جمع میانگین و دو برابر انحراف معیار، بیش از ۹۶٪ تستها بین چه مقادیری است (۳نمره)

$$p(z \leq 2) = 0.98, \quad p(z \leq 1.5) = 0.93, \quad p(z \leq 1) = 0.85, \quad p(z \leq 0.5) = 0.7, \\ p(z \leq 0.25) = 0.6, \quad p(z \leq 0) = 0.5, \quad p(z \leq -0.25) = 0.4 \\ p(z \leq -2) = 0.02, \quad p(z \leq -1.5) = 0.07, \quad p(z \leq -1) = 0.15, \quad p(z \leq -0.5) = 0.3$$

حل:

$$\mu = 14 \rightarrow \sigma = 2$$

$$p(x \leq 12) = ? \rightarrow p\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{12-14}{2}\right) = ? \rightarrow p(z \leq -1) = 0.15$$

$$p(x \geq 17) = ? \rightarrow 1 - p(x \leq 17) = 1 - p\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{17-14}{2}\right) = ? \rightarrow 1 - p(z \leq 1.5) = 1 - 0.93 = 0.07$$

$$p(x = 15) = ? \rightarrow p(x = 15) = p(x \leq 15) - p(x \leq 14) = p\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{15-14}{2}\right) - p\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{14-14}{2}\right) \rightarrow \\ p(z \leq 0.5) - p(z \leq 0) = 0.7 - 0.5 = 0.2$$

$$\mu \pm 2\sigma = 14 \pm (2 * 2) = 10 \text{ تا } 18$$

نیمسال: اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام استاد: امین صدیقی

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴ / ۱۱ / ۱۱

ساعت امتحان: ۱۱:۰۰



نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صندلی:

مدت زمان آزمون: 80 دقیقه

۳) یک سری داده از دو مسیر عبور میکند، در مسیر اول احتمال خطا در ارسال داده ۰٫۰۲ است و در مسیر دوم احتمال خطا در ارسال داده ۰٫۰۳ است و احتمال خطا در ارسال داده از دو مسیر با هم و همزمان ۰٫۰۱ میباشد. احتمال اینکه چاپگر معیوب شود ۰٫۰۵ میباشد - الف) احتمال خطا در ارسال داده در مسیر اول یا در مسیر دوم چقدر است (یعنی احتمال رخداد خطا). ب) احتمال اینکه اصلاً خطایی رخ ندهد چقدر است. - ج) احتمال اینکه خطا در ارسال داده در مسیر دوم رخ دهد یا چاپگر معیوب شود چقدر است. - د) احتمال اینکه خطا در ارسال داده در مسیر دوم رخ دهد و همزمان چاپگر معیوب شود چقدر است (۳ نمره)

حل :

$$P(A) = 0.02 \quad P(B) = 0.03 \quad P(A \cap B) = 0.01 \quad P(C) = 0.05$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.02 + 0.03 - 0.01 = 0.04$$

$$1 - P(A \cup B) = 1 - 0.04 = 0.96$$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0.03 + 0.05 - 0 = 0.08$$

$$P(B \cap C) = P(B) * P(C) = 0.03 * 0.05 = \frac{15}{10000} = 0.0015$$

.....

.....

نیمسال: اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام استاد: امین صدیقی

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۱ / ۱۴۰۴

ساعت امتحان: ۱۱:۰۰



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
موسسه آموزشی عالی زینتیران

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صدلی:

مدت زمان آزمون: 80 دقیقه

.....
ع) کیت تشخیص عیب مودم در مورد ۹۹٪ از مودم‌ها که معیوب (k1) هستند، جواب مثبت (M) میدهد، یعنی کیت هم تایید میکند که مودم معیوب است. - آزمایش تشخیص مودم در مورد ۲٪ از مودم‌هایی که معیوب نیستند (k2) جواب مثبت میدهد یعنی کیت به اشتباه اعلام میکند که مودم معیوب است. -- از بین مودم‌های یک شرکت که میدانیم ۸٪ آنها معیوب هستند مودمی را بتصادف انتخاب میکنیم و تست میکنیم، الف) احتمال اینکه آزمایش تشخیص عیب، مثبت نشان دهد یعنی اعلام کند که مودم معیوب است چقدر است؟ ب) اگر آزمایش تشخیص عیب در مورد این مودم جواب مثبت دهد یعنی نشان دهد مودم معیوب است احتمال اینکه این مودم واقعاً معیوب باشد چقدر است؟ (۳ نمره)

حل: قسمت الف یعنی احتمال اینکه چه به صحیح و چه به غلط، دستگاه اعلام کند معیوب است. درحقیقت همان کلیه حالات یعنی همان مخرج فرمول بیز است

$$P(k) = P(k1) * P(M|k1) + P(k1) * P(M|k2) = \left(\frac{8}{100} * \frac{99}{100}\right) + \left(\frac{92}{100} * \frac{2}{100}\right) = 0.0976$$

$$P(k1|M) = \frac{P(k1) * P(M|k1)}{P(k1) * P(M|k1) + P(k1) * P(M|k2)} =$$

$$P(k1|M) = \frac{\frac{8}{100} * \frac{99}{100}}{\left(\frac{8}{100} * \frac{99}{100}\right) + \left(\frac{92}{100} * \frac{2}{100}\right)} = \frac{\frac{792}{10000}}{\frac{10000}{976}} = \frac{792}{976} = 0.81$$

نیمسال: اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام استاد: امین صدیقی

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۱ / ۱۴۰۴

ساعت امتحان: ۱۱:۰۰



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
موسسه آموزش عالی زینتیران

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صدلی:

مدت زمان آزمون: 80 دقیقه

۵) نمرات دانشجویان بشرح زیر است داده‌ها را در جدولی مرتب کنید. الف) مد(نما) داده‌ها چه مقدار است(چرا)
ب) میانه داده‌ها چه مقدار است؟ ج) صدک ۷۵ داده‌های را معلوم کنید - د) میانگین و واریانس و انحراف
معیار نمرات دانشجویان را بدست آورید (۴نمره)
نمرات: ۱۴ و ۱۱ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۰ و ۱۲

حل:

مد داده ای بمقدار ۱۴ میباشد زیرا بیشترین

تعداد را دارد $M=14$

x داده	۱۰	۱۱	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶
f فراوانی	۱	۱	۱	۳	۲	۲
F فراوانی تجمعی	۱	۲	۳	۶	۸	۱۰

$$\text{میانۀ داده‌ها} \quad Q \sum f_i = \frac{1}{2}(1 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2) = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 5+ \rightarrow F_i=6 \rightarrow m=14$$

یعنی نصف داده‌ها ۱۴ یا کمتر از ۱۴ هستند

$$\text{صدک 75} \quad Q \sum f_i = \frac{75}{100}(1 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2) = \frac{750}{100} = 7.5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 7.5+ \rightarrow F_i= 8 \rightarrow 15$$

75% داده‌ها ۱۵ یا کمتر از ۱۵ هستند

$$x = \mu = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(10 * 1) + (11 * 1) + (12 * 1) + (14 * 3) + (15 * 2) + (16 * 2)}{1 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2} = \frac{137}{10} = 13.7$$

$$\sigma = \frac{\sum (x - \mu)^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma = \frac{2(10 - 13.7)^2 * 1 + (11 - 13.7)^2 * 1 + (12 - 13.7)^2 * 1 + (14 - 13.7)^2 * 3 + (15 - 13.7)^2 * 2 + (16 - 13.7)^2 * 2}{1 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2} = 3.81 \text{ واریانس}$$

$$\text{انحراف معیار} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3.81} = 1.95$$

نیمسال: اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام استاد: امین صدیقی

نام درس: آمار و احتمال مهندسی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴ / ۱۱ / ۱۱

ساعت امتحان: ۱۱:۰۰



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
موسسه آموزش عالی زینتیران

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صندلی:

مدت زمان آزمون: 80 دقیقه

(۶) - میخواهیم $f(x)$ تابع احتمال بشود

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{k+3} & x = 0, 1, 4 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases}$$

الف) مقدار $k=?$ را بدست آورید (ب) سپس جدول تابع احتمال با این مقدار k بنویسید و صحت دو شرط تابع احتمال بررسی کنید (ج) در جدول زیر مقادیر تابع را تکمیل کنید (د) $P(x \leq 2) = ?$ (و) امید ریاضی $E(x \leq 2) = ?$ را محاسبه کنید (۴نمره)

حل :

$$\sum f(x) = 1 \rightarrow \frac{0+2}{k+3} + \frac{1+2}{k+3} + \frac{4+2}{k+3} = 1 \rightarrow \frac{11}{k+3} = 1 \rightarrow k+3 = 11 \rightarrow k = 8$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{11} & x = 0, 1, 4 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases}$$

x	0	1	4	
f(x)	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{6}{11}$	$\sum f(x) = 1$ ok $0 \leq f(x) \leq 1$ ok
F(x)	0	$\frac{5}{11}$	$\frac{11}{11} = 1$	
E(x)=x f(x)	0	$\frac{3}{11}$	$\frac{24}{11}$	

$$P(x \leq 2) = \frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{5}{11}$$

$$E(x \leq 2) = 0 + \frac{3}{11} = \frac{3}{11}$$
