

## فقط ماشین حساب آزاد ولی استفاده از جزوه، کتاب، گوشی موبایل، و هر گونه تجهیزات هوشمند ممنوع

(۱) در این ترم نام دو نرم افزار که در آمار از آن استفاده کردید بنویسید (۲نمره)

SPSS (Statistical package for social science)

Excel\*\*

(۲) آمار توصیفی و آمار استنباطی را توضیح دهید (۲نمره)

بدست آوردن شاخصهای آماری (مثل مود میانه میانگین و ...) در خصوص داده‌هایی که داریم چه نمونه باشد چه جمعیت، را آمار توصیفی گویند بررسی اینکه آیا شاخص های آماری داده‌های بدست آمده در نمونه، در آمار توصیفی، برای جمعیت تعمیم (عمومیت) دارد را آمار استنباطی گویند

(۳) این جدول قبلا حل شده است و میانگین 13.7 و واریانس 4.61 میباشد. مجدد حل نکنید

$X_i$	10	12	13	15	17
$f_i$	1	2	3	2	2

الف) انحراف معیار جدول بالا را حساب کنید ب) اگر فرض کنیم داده‌های جدول بالا نرمال باشند، میانگین با انحراف معیار و میانگین با دوبرابر انحراف معیار جمع و تفریق کنید و در خصوص پاسخ‌ها توضیح دهید ج) جدول جدید زیر شباهت زیادی به جدول بالا در همین سوال دارد با استفاده از جواب قسمت بالا، میانگین و انحراف معیار جدول زیر را بدون حل و بشکل سریع بدست آورید ج) (۴)

$X_i$	70	72	73	75	77
$f_i$	1	2	3	2	2

پاسخ

$$\bar{x} = 13.7 \quad \sigma_x = \sqrt{4.61} = 2.15$$

$$\mu \pm 2\sigma \quad \mu \pm \sigma \quad \text{تحلیل ##}$$

$$\mu \pm \sigma = 13.7 \pm 2.15 = 11.7 \quad \text{تا} \quad 19$$

یعنی ترم بعد بیش از ۶۸٪ نمره بین 18 تا 20 میشود

$$\mu \pm 2\sigma = 13.7 \pm (2 * 2.15) = 17 \pm 4 = 13 \quad \text{تا} \quad 21$$

یعنی بیش از ۹۸٪ نمره بین 13 تا 20 میشود

ج) با مشاهده داده های قدیم X ملاحظه میکنیم اگر 60 واحد به آن اضافه کنیم داده جدید به نام Y حاصل شده بنابراین طبق جدول فوق در خصوص Y ها میتوان نوشت که

$$y_i = x_i + 60$$

و طبق قانون میتوان نوشت چون داده های جدید همگی 60 واحد اضافه شده اند پس میانگین داده های جدید 60 واحد بیشتر از میانگین داده های قبلی میشود و انحراف معیار داده های جدید با انحراف معیار داده های قدیم هیچ فرقی نمیکند

$$\bar{y} = \bar{x} + 60 = 13.7 + 60 \rightarrow \bar{y} = 73.7$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 \rightarrow$$

$$\sigma_y = \sigma_x = \sqrt{4.61} = 2.15 \rightarrow \sigma_y = 2.15$$

۴) نمرات 10 دانشجوی بشرح زیر است (الف) مد(نما) داده ها چه مقدار است (چرا) (ب). میانه داده ها چه مقدار است؟ (ج) صدک 24 داده‌های را معلوم کنید (د) میانگین و واریانس نمرات دانشجویان را بدست آورید. (و) با تکمیل جدول، فراوانی نسبی و فراوانی نسبی تجمعی را محاسبه کنید و تمام اعداد زیر داده 13 را توضیح دهید (۴نمره)

نمره = x	11	12	13	16	18
تعداد = f	2	1	3	2	2

نمره = x	11	12	13	16	18
تعداد = f	2	1	3	2	2
F	2	3	6	8	10
$r_i$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
$R_i$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{10}{10}$

مد داده ای بمقدار 13 میباشد زیرا بیشترین تعداد را دارد

$$M=13$$

میانه داده ها

$$Q \sum f_i = \frac{1}{2}(2 + 1 + +3 + 2 + 2) = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 5+ \rightarrow F_i=6 \rightarrow x_i = 13 = m$$

یعنی نصف داده ها 13 یا کمتر از 13 هستند

صدک 24 داده ها

$$Q \sum f_i = \frac{24}{100}(2 + 1 + 3 + 2 + 2) = \frac{240}{100} = 2.4 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 2.4+ \rightarrow F_i=3 \rightarrow x=12$$

یعنی 24% داده ها 12 یا کمتر از 12 هستند

=====

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(11 * 2) + (12 * 1) + (13 * 3) + (16 * 2) + (18 * 2)}{2 + 1 + 3 + 2 + 2} = \frac{141}{10} = 14.1$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(11 - 14.1)^2 * 2 + (12 - 14.1)^2 * 1 + (13 - 14.1)^2 * 3 + (16 - 14.1)^2 * 2 + (18 - 14.1)^2 * 2}{2 + 1 + 3 + 2 + 2} = 6.49 \text{ واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6.49} = 2.55 \text{ انحراف معیار}$$

3 تا از داده ها 13 میباشد ، 6 تا از داده ها 13 یا کمتر از 13 میباشد سه دهم یا ۳۰٪ داده‌ها ۱۳ میباشد و شش دهم یا ۶۰٪ داده ها ۱۳ یا کمتر از ۱۳ میباشد

۵) یک دانشجو ۱۱۰ واحد درسی را با توزیع نرمال و میانگین نمرات 16 و انحراف معیار 2 گذرانده است، در یک درس در ترم بعدی. الف) احتمال اینکه نمره این دانشجو حداکثر 15 شود چقدر است؟ ب) احتمال اینکه نمره این دانشجو بیشتر از 18 شود چقدر است ج) احتمال اینکه نمره دقیقا 17 شود؟ (جدول توزیع نرمال استاندارد بشرح زیر در نظر بگیرید (۴نمره)  
 $P(z \leq 2) = 0.98, \quad P(z \leq 1.5) = 0.93, \quad P(z \leq 1) = 0.85, \quad P(z \leq 0.5) = 0.7, \quad P(z \leq 0.25) = 0.6$   
 $P(z \leq 0) = 0.5, \quad P(z \leq -0.25) = 0.4, \quad P(z \leq -0.5) = 0.3, \quad P(z \leq -1) = 0.15, \quad P(z \leq -1.5) = 0.07,$   
 $P(z \leq -2) = 0.02$

حل: الف

$$P(x \leq 15) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{15 - 16}{2}\right) = P(z \leq -0.5) = 0.3$$

ب

$$P(x > 18) = 1 - P(x \leq 18) = 1 - P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{18 - 16}{2}\right) = 1 - P(z \leq +1) = 1 - 0.85 = 0.15$$

ج

$$P(x = 17) = P(x \leq 17) - P(x \leq 16) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{17 - 16}{2}\right) - P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{16 - 17}{2}\right) = P(z \leq +0.5) - P(z \leq 0) = 0.7 - 0.5 = 0.2$$

۶) از تحقیقات قبلی مشخص میشود معدل نمرات دانشجویان دانشگاهها دارای توزیع نرمال با میانگین ۷۵ و انحراف معیار ۱۶ میباشد این تحقیقات ادعا دارد که معدل در دانشگاه زند بیشتر از دیگر دانشگاهها است. یک نمونه ۱۰۰ نفری در دانشجویان زند انتخاب کردیم و مشخص شد که میانگین ۷۸٫۲ است. با سطح اطمینان ۹۵٪ ادعای تحقیقات را آزمون کنید(۴نمره)

حل

$$\{H_0: \mu \leq 75\}$$

$$\{H_1: \mu > 75\}$$

ادعا با سطح اطمینان ۰٫۹۵ میباشد که اگر داخل جدول را نگاه کنیم Z آن 1.645 میشود یعنی طبق جدول

$$P(z \leq 1.645) = 0.95$$

چون نمونه n=100 داده است برای این ادعا میتوان نوشت

$$\frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{78.2 - 75}{\frac{16}{\sqrt{100}}} = 2$$

$$2 > 1.645 \quad \text{صحیح}$$

چون ۲ از ۱٫۶۴۵ بیشتر است پس ادعا یعنی فرض یک هم که گفته یستر از ۷۵ است تایید میشود (یا به عبارتی فرض صفر که گفته کمتر از ۷۵ است رد میشود)

۷) در کل یک کلاس با توزیع نرمال میانگین نمرات ۱۴ و واریانس ۳٫۶ میباشد با اطمینان ۹۵٪ ( $X_{0.05}$ ) محدوده نمرات (بیشترین و کمترین) را بدست آورید (برای جدول نرمال استاندارد  $P(z \leq 1.96) = 0.975$  و  $P(z \leq -1.96) = 0.025$  و  $P(z \leq 1.64) = 0.95$  و  $P(z \leq -1.64) = 0.05$  در نظر بگیرید)

$$X \sim N(\mu = 14, \sigma^2 = 3.6) \quad \sigma = \sqrt{3.6} = 1.89$$

برای بدست آوردن اطمینان ۹۵٪ دو طرفه یعنی محدوده بالا و پایین نمرات از هر طرف ۰.۰۲۵ یا ۲.۵٪ میشود بنابراین Z آن طبق جدول توزیع نرمال استاندارد 1.96 میشود پس حل بطور خلاصه

$$\bar{x} \pm 1.96 * \sigma$$

پس

$$Low = \text{کمترین} = \bar{x} - 1.96 * \sigma = 14 - 1.96 * 1.89 = 14 - 1.96 * 1.89 = 10.29$$

$$Up = \text{بیشترین} = \bar{x} + 1.96 * \sigma = 14 + 1.96 * 1.89 = 14 + 1.96 * 1.89 = 17.7$$

یعنی با اطمینان ۹۵٪ میتوان گفت میانگین جمعیت بین ۱۰٫۲۹ تا ۱۷٫۷ میباشد

