

سوال 1	مود	میانه	صدک 23	میانگین	واریانس	انحراف معیار	$\mu \pm \sigma$	$\mu \pm 2\sigma$
پاسخ	14.8	14	11.3	13.4	5.44	2.33	15.73	18.06
							11.7	8.74

سوال 2	1401	سوال 3 X	0	1	2	سوال 3 E(x)	سوال 3 سود ضرر
پاسخ	b=0.4 3.2		f(x)	1/4	2/4		1/4
		F(x)	0	1/4	3/4	4/4	مقدار سود = 50

سوال 4	الف	ب	ج	سوال 5	الف	ب	ج
پاسخ	0.017	0.983	0.2353	پاسخ	$\frac{12}{35} = 0.3429$	$\frac{24}{210} = \frac{4}{35} = 0.1143$	$\frac{32}{343} = 0.0933$

1) داده‌های زیر را داریم . الف) مد(نما) داده‌ها محاسبه کنید ب- میانه داده‌ها محاسبه کنید ج- صدک 23 داده‌ها را محاسبه کنید د- میانگین و واریانس و انحراف معیار داده‌ها را محاسبه کنید . اگر فرض کنیم داده‌ها نرمال باشد رابطه جمع و تفریق میانگین با انحراف معیار و با دو برابر انحراف معیار محاسبه و تحلیل کنید(40نمره)

x = شماره	12-14	10-12	16-18	8-10	14-16
f = تعداد	2	2	1	1	4

حل

x = شماره	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
f = تعداد	1	2	2	4	1
F	1	3	5	9	10
Xn	9	11	13	15	17

مد یا نما : همان داده ای است که بیشترین فراوانی(تعداد) را دارد که میشود 14-16 که بایستی دقیقاً مشخص کنیم چه عددی بین 14-16 میباشد

$$M = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) * C = L_i + \left( \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) * C = 14 + \frac{4 - 2}{(4 - 2) + (4 - 1)} * 2 = 14.8$$

میانه : میانه = وسط صف منظم داده که  $Q=1/2$

$$Q * \sum f_i = \frac{1}{2} \sum f_i = \frac{1}{2} * (1 + 2 + 2 + 3 + 1) = 5$$

$$\rightarrow 5 + \rightarrow \frac{در}{F} \rightarrow F = 9 \rightarrow \frac{در}{X} \rightarrow x = 14 - 16$$

میانه عددی بین 14-16 است که برای تعیین دقیق آن

$$Q_{\frac{1}{2}} = L_i + \frac{Q * \sum f_i - F_{i-1}}{f_i} * C = 14 + \frac{\frac{1}{2} * (1+2+2+4+1) - 5}{4} * 2 = 14$$

صدک 23

$$Q * \sum f_i = \frac{23}{100} \sum f_i = \frac{23}{100} * (1 + 2 + 2 + 4 + 1) = 2.3$$

$$\rightarrow 2.3 + \rightarrow \frac{در}{F} \rightarrow F = 3 \rightarrow \frac{در}{X} \rightarrow x = 10 - 12$$

(1 of 4)

صدک بیستم عددی بین 10-12 است که برای تعیین دقیق آن

$$Q_{\frac{23}{100}} = L_i + \frac{Q * \sum f_i - F_{i-1}}{f_i} * C = 10 + \frac{\frac{23}{100} * (1 + 2 + 2 + 4 + 1) - 1}{2} * 2 = 11.3$$

میانگین با  $X_n$

نمره = x	9	11	13	15	17
تعداد = f	1	2	2	4	1

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(9 * 1) + (11 * 2) + (13 * 2) + (15 * 4) + (17 * 1)}{1 + 2 + 2 + 4 + 1} = \frac{134}{10} = 13.4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(9 - 13.4)^2 * 1 + (11 - 13.4)^2 * 2 + (13 - 13.4)^2 * 2 + (15 - 13.4)^2 * 4 + (17 - 13.4)^2 * 1}{1 + 2 + 2 + 4 + 1} = \frac{54.4}{10} = 5.44 \quad \text{واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5.44} = 2.33 \quad \text{انحراف معیار}$$

$$\mu \pm \sigma = 13.4 - 2.33 = 11.7 \quad , \quad 13.4 + 2.33 = 15.73$$

68٪ داده‌ها بین 11.7 تا 15.73 میباشد

$$\mu \pm 2\sigma = 13.4 - (2 * 2.33) = 8.74 \quad , \quad 13.4 + (2 * 2.33) = 18.06$$

96٪ داده‌ها بین 8.74 تا 18.06 میباشد

2) در یک منطقه میزان مصرف برق در سالهای گذشته بشرح ذیل میباشد معادله خط رگرسیون را نوشته پیش بینی سال بعد چقدر میباشد(20نمره)

X	1396	1397	1398	1399	1400	1401
Y	1	2	2	2	3	?
	-2	-1	0	1	2	

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i * \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{(-2 * 1) + (-1 * 2) + (0 * 2) + (1 * 2) + (2 * 3) - \frac{(-2 - 1 + 0 + 1 + 2)(1 + 2 + 2 + 2 + 3)}{5}}{((-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (2)^2) - \frac{(-2 - 1 + 0 + 1 + 2)^2}{5}}$$

$$= \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-2 - 1 + 0 + 1 + 2}{5} = 0 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1 + 2 + 2 + 2 + 3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \quad 2 = a + (0.4 * 0) \quad a = 2$$

$$y = 2 + 0.4x$$

$$Xm = 1401 \rightarrow x = 1401 - 1398 = 3 \rightarrow y = 2 + (0.4 * 3) = 3.2$$

3) صاحب دستگاهی هستیم که دارای نمایش دو سکه است هر بار با فشردن دکمه‌ای نمایش دو سکه تغییر میکند بازیکنان با فشردن دکمه نمایش را تغییر میدهند کلیه حالات و احتمالات شیر آمدن را بنویسید اگر تعداد شیر X باشد تابع  $f(x)$  و  $F(x)$  را در جدولی بنویسید و هر دو را دقیق رسم کنید سپس  $E(x)$  را بدست آورید. اگر ما بعنوان صاحب دستگاه اعلام کنیم بازاء آمدن هر یک شیر 1000 تومان جایزه و بازاء دو شیر 3000 تومان جایزه بدهیم بنظر شما اگر برای هر بازی 1300 تومان بگیریم آیا میتوان امید سود را داشت یا ضرر و به چه مقدار (20 نمره)

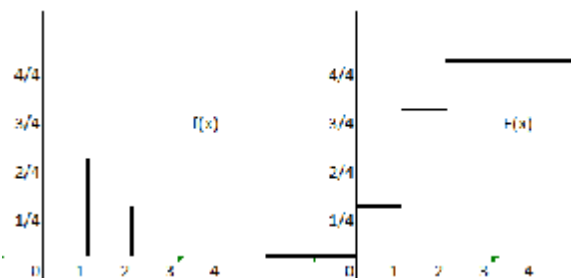
x	0	1	2
f(x)	1/4	2/4	1/4
F(x)	0	1/4	3/4

$$E(x) = \sum x * f(x) = \left(0 * \frac{1}{4}\right) + \left(1 * \frac{2}{4}\right) + \left(2 * \frac{1}{4}\right) = 1$$

x	0	1	2
f(x)	1/4	2/4	1/4
F(x)	0	1/4	3/4
, +daryaft -pardakht	+1300-0	+1300-1000	+1300-3000

$$E(x) = \sum x * f(x) = \left((+1300 - 0) * \frac{1}{4}\right) + \left((+1300 - 1000) * \frac{2}{4}\right) + \left((+1300 - 3000) * \frac{1}{4}\right) = +50$$

سود به میزان 50 تومان



4) دانشگاه زند کل کامپیوترهای مورد نیازش را از سه شرکت 40٪ از شرکت A و 10٪ از شرکت B و بقیه از شرکت C تامین میکند - میزان کامپیوترهای معیوب در سه شرکت - 2٪ شرکت A - 4٪ شرکت B - 1٪ شرکت C معیوب میباشد. یک کامپیوتر از انبار دانشگاه بر میداریم. الف) احتمال اینکه معیوب باشد؟ ب) احتمال اینکه سالم باشد؟ ج) اگر این کامپیوتر خراب باشد احتمال اینکه از شرکت B باشد چقدر است؟ (10 نمره)

	در صد تامین نیاز	در صد معیوب
A	40%	2%
B	10%	4%
C	100%-(40%+10%)=50%	1%

M = معیوب

$$p(M) = p(A) * p(M|A) + p(B) * p(M|B) + p(C) * p(M|C)$$

$$p(M) = \left(\frac{40}{100} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{10}{100} * \frac{4}{100}\right) + \left(\frac{50}{100} * \frac{1}{100}\right) = \frac{170}{10000} = 0.017$$

$$1 - p(M) = 1 - 0.017 = 0.983$$

$$p(B|M) = \frac{p(B) * p(M|B)}{p(A) * p(M|A) + p(B) * p(M|B) + p(C) * p(M|C)}$$

$$p(B|M) = \frac{\frac{10}{100} * \frac{4}{100}}{\left(\frac{40}{100} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{10}{100} * \frac{4}{100}\right) + \left(\frac{50}{100} * \frac{1}{100}\right)} = \frac{\frac{40}{10000}}{\frac{170}{10000}} = \frac{40}{170} = \frac{4}{17} = 0.2353$$

5) در ظرفی 7 توپ داریم ( 1 توپ سفید 4 توپ سیاه 2 توپ قرمز ) . الف سه توپ باهم بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه یک توپ قرمز و دو توپ سیاه باشد چقدر است. ب) سه توپ یکی یکی بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است. ج) سه توپ یکی یکی با جایگزینی بیرون میاوریم و به ظرف باز میگردانیم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است. (10 نمره)

حل: الف سه توپ باهم بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه یک توپ قرمز و دو توپ تا سیاه باشد چقدر است

$$\frac{\binom{1}{0} \binom{4}{2} \binom{2}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{1 * \frac{4!}{2!(4-2)!} * 2}{\frac{7!}{3!(7-3)!}} = \frac{1 * 6 * 2}{35} = \frac{12}{35} = 0.3429$$

ب) سه توپ یکی یکی بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است

$$\frac{\binom{1}{0} \binom{4}{0} \binom{2}{1}}{\binom{7}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{4}{1} \binom{1}{0}}{\binom{6}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{3}{1} \binom{1}{0}}{\binom{5}{1}} = \frac{2}{7} * \frac{4}{6} * \frac{3}{5} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35} = 0.1143$$

ج) سه توپ یکی یکی با جایگزینی بیرون میاوریم و به ظرف باز میگردانیم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است

$$\frac{\binom{1}{0} \binom{4}{0} \binom{2}{1}}{\binom{7}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{4}{1} \binom{2}{0}}{\binom{7}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{4}{1} \binom{2}{0}}{\binom{7}{1}} = \frac{2}{7} * \frac{4}{7} * \frac{4}{7} = \frac{32}{343} = 0.0933$$