

1) در یک منطقه میزان مبتلایان به ازدیاد کرونا در چند روز از سال بشرح ذیل میباشد معادله خط رگرسیون را نوشته پیش بینی روز بعدی چقدر میباشد (20نمره)

\bar{x} روز از سال	191	192	193	194
میزان بیماری	2	4	5	?
X_n	-1	0	1	2

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \cdot \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{(-1 \cdot 2) + (0 \cdot 4) + (1 \cdot 5) - \frac{(-1+0+1)(2+4+5)}{3}}{((-1)^2 + (0)^2 + (1)^2) - \frac{(-1+0+1)^2}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-1+0+1}{3} = 0 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2+4+5}{3} = \frac{11}{3} = 3.66$$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \quad 3.66 = a + (1.5 \cdot 0) \quad a = 3.66$$

$$y = 3.66 + 1.5 \cdot x$$

$$x_m = 194 \rightarrow x = 194 - 192 = 2 \rightarrow y = 3.66 + (1.5 \cdot 2) = 6.66$$

روند بیماری صعودی است

2) نمرات دانشجویان بشرح زیر است. الف) مد(نما) داده ها چه مقدار است (چرا) ب). میانه داده ها چه مقدار است؟ ج) صدک 85 را محاسبه کنید. د) میانگین و واریانس و انحراف معیار نمرات دانشجویان را بدست آورید (20نمره)

x = نمره	10	13	14	15	17
f = تعداد	2	2	3	2	1
F	2	4	7	9	10

مد داده ای بمقدار 14 میباشد زیرا بیشترین تعداد را دارد

$$M=14$$

میانه داده ها

$$Q \sum f_i = \frac{1}{2} (2 + 2 + 3 + 2 + 1) = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 5+ \rightarrow F_i=7 \rightarrow m=14$$

یعنی نصف داده ها 14 یا کمتر از 14 هستند

صدک 85 داده ها

$$Q \sum f_i = \frac{85}{100} (2 + 2 + 3 + 2 + 1) = \frac{850}{100} = 8.5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 8.5+ \rightarrow F_i=9 \rightarrow q=15$$

یعنی 85% داده ها 15 یا کمتر از 15 هستند

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(10 \cdot 2) + (13 \cdot 2) + (14 \cdot 3) + (15 \cdot 2) + (17 \cdot 1)}{2 + 2 + 3 + 2 + 1} = \frac{135}{10} = 13.5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(10 - 13.5)^2 \cdot 2 + (13 - 13.5)^2 \cdot 2 + (14 - 13.5)^2 \cdot 3 + (15 - 13.5)^2 \cdot 2 + (17 - 13.5)^2 \cdot 1}{2 + 2 + 3 + 2 + 1} = 4.25 \text{ واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4.25} = 2.06 \text{ انحراف معیار}$$

3) یک دانشجو 100 واحد درسی را با توزیع نرمال و میانگین نمرات 15 و واریانس 4 گذرانده است. در یک درس در

ترم بعدی. الف) احتمال اینکه نمره این دانشجو حداکثر 13 شود چقدر است؟ ب) احتمال اینکه نمره بیشتر یا مساوی

19 شود؟ ج) احتمال اینکه نمره دقیقاً 16 شود؟ (جدول توزیع نرمال استاندارد بشرح زیر در نظر بگیرید 20 نمره)

$$p(z \leq 2) = 0.98, \quad p(z \leq 1.5) = 0.93, \quad p(z \leq 1) = 0.85, \quad p(z \leq 0.5) = 0.7, \quad p(z \leq 0) = 0.5$$

$$p(z \leq -2) = 0.02, \quad p(z \leq -1.5) = 0.07, \quad p(z \leq -1) = 0.15, \quad p(z \leq -0.5) = 0.3$$

$$p(x \leq 13) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{13 - 15}{2}\right) = p(z \leq -1) = 0.15$$

$$p(x \geq 19) = 1 - P(x \leq 18) = 1 - P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{18 - 15}{2}\right) = 1 - p(z \leq 1.5) = 1 - 0.93 = 0.07$$

$$p(x = 16) = p(x \leq 16) - p(x \leq 15) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{16 - 15}{2}\right) - P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{15 - 15}{2}\right) = p(z \leq 0.5) - p(z \leq 0) = 0.7 - 0.5 = 0.2$$

4 - در تابع زیر X فقط سه مقدار دارد مقدار عدد K را طوری بدست آورید که این تابع چگالی احتمال بشود

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{k+1} & x = -1, 2, 4 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases}$$

سپس جدول تابع چگالی با این مقدار k بنویسید و صحت دو شرط تابع چگالی بررسی کنید و در این جدول مقادیر تابع چگالی و توزیع را بنویسید و امید ریاضی $E(X)$ بدست آورید احتمال $p(1 \leq x \leq 3)$ (20نمره)

حل:

$$\sum f(x) = 1 \rightarrow \sum \frac{x+3}{k+1} = 1$$

$$\frac{-1+3}{k+1} + \frac{2+3}{k+1} + \frac{4+3}{k+1} = 1 \rightarrow \frac{14}{k+1} = 1 \rightarrow k+1 = 14 \rightarrow k = 13$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{k+1} & x = -1, 2, 4 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x}{14} & x = -1, 2, 4 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases}$$

X	-1	2	4
$f(x)$	2/14	5/14	7/14
$F(x)$	0	2/14	14/14

$$E(x) = \sum x * f(x) = (-1 * 2/14) + (2 * \frac{5}{14}) + (4 * \frac{7}{14}) = 36/14 = \frac{18}{7} = 2.57$$

$$p(1 \leq x \leq 3) = \frac{5}{14} = 0.357$$

5) یک آزمایشگاه پنج روز هفته فعال است میزان آزمایش در هر روز مساوی است احتمال خطا در هر روز از تستهای آزمایشگاه بشرح زیر است

ایام هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
درصد خطا	٪2	٪1	٪2	٪1	٪3

رئیس آزمایشگاه اول هفته یک آزمایش از هفته قبل را نگاه میکند . الف) احتمال اینکه این آزمایش خطا داشته باشد؟
ب) احتمال اینکه آزمایش صحیح باشد؟ ج) اگر این آزمایش خطا داشته باشد احتمال اینکه مربوط به روز دوشنبه باشد چقدر است؟ (20 نمره)

خطا = M

$$p(M) = p(w0) * p(M|w0) + p(w1) * p(M|w1) + p(w2) * p(M|w2) + p(w3) * p(M|w3) + p(w4) * p(M|w4)$$

$$= \left(\frac{1}{5} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{3}{100}\right) = \frac{9}{500} = 0.018 = 1.8\%$$

$$1 - p(M) = 1 - 0.018 = 0.982$$

$$p(w2|M) = \frac{p(w2) * p(M|w2)}{p(w0) * p(M|w0) + p(w1) * p(M|w1) + p(w2) * p(M|w2) + p(w3) * p(M|w3) + p(w4) * p(M|w4)}$$

$$p(w2|M) = \frac{\frac{1}{5} * \frac{2}{100}}{\left(\frac{1}{5} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{1}{5} * \frac{3}{100}\right)} = \frac{\frac{2}{500}}{\frac{9}{500}} = \frac{2}{9} = 0.22$$

22% احتمال دارد دوشنبه باشد