

حل مسائل امتحان پایانترم آمار زیستی 5 سوال (ارزش امتحان پایانترم 12 نمره از 20 نمره میباشد) - حتما در یک محل خالی در وسط هر برگ پاسخ نام و فامیل نوشته و همه پاسخها در یک فایل پی دی اف ارسال کنید - استفاده از جزوه ممنوع مشورت با دیگران ممنوع - فقط ماشین حساب آزاد - مدت 90 دقیقه که بعد از 75 دقیقه شروع به بارگذاری کنید تا با مشکل اینترنت و اتمام وقت مواجه نشوید

1) جدول سوال زیر قبلا حل شده است و میانگین 13 و واریانس 4.24 میباشد. مجدد حل نکنید

X_i	10	11	12	15	16
f_i	1	2	4	3	2

الف) انحراف معیار را حساب کنید

ج) میانگین با انحراف معیار جمع و تفریق کنید و یکبار دیگر میانگین با دو برابر انحراف معیار جمع و تفریق کنید و برای داده فوق که نرمال است هر دو جواب را کامل توضیح دهید. (د) جدول زیر شباهت زیادی به جدول بالا در همین سوال دارد با استفاده از جواب قسمت بالا میانگین و انحراف معیار جدول زیر را بدون حل و بشکل سریع بدست آورید و (ضریب تغییرات این داده جدید را بدست آورید (20)

X_i	110	111	112	115	116
f_i	1	2	4	3	2

در داده های فوق هر یک از داده جدید باندازه 100 واحد بیش از داده قدیم است در خصوص x ها خود مسئله عنوان کرده که

$$\bar{x} = 13 \quad \sigma_x = \sqrt{4.24} = 2.059$$

$$\mu \pm 2\sigma \quad \mu \pm \sigma$$

$$\mu \pm \sigma = 13 \pm 2.059 = 10.94 \quad \text{تا} \quad 15.059$$

یعنی بیش از 68٪ داده ها بین 10.94 تا 15.059 میباشدند

$$\mu \pm 2\sigma = 13.2 \pm (2 * 2.059) = 13 \pm 4.118 = 8.88 \quad \text{تا} \quad 17.118$$

یعنی بیش از 96٪ داده ها بین 8.88 تا 17.118 میباشدند

طبق جدول فوق در خصوص y ها میتوان نوشت که

$$y_i = x_i + 100$$

و طبق قانون میتوان نوشت

$$\bar{y} = \bar{x} + 100 = 13 + 100 \rightarrow \bar{y} = 113$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 \rightarrow$$

$$\sigma_y = \sigma_x = \sqrt{4.24} = 2.059 \rightarrow \sigma_y = 2.059$$

چون داده های جدید همگی 100 واحد اضافه شده اند پس میانگین داده های جدید 100 واحد بیشتر از میانگین داده های قبلی میشود و انحراف معیار داده های جدید با انحراف معیار داده های قدیم هیچ فرقی نمیکند

=====

ضریب تغییرات

$$\rho = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{2.059}{113} = 0.018 = 1.8\%$$

یعنی پراکندگی داده ها کم است

2) در یک منطقه میزان مبتلایان به ازدیاد کرونا در چند هفته گذشته بشرح ذیل میباشد معادله خط رگرسیون را نوشته پیش بینی هفته بعدی چقدر میباشد (20نمره)

هفته=x	23	24	25	26
میزان بیماری	2	3	5	؟

هفته=x	23	24	25	26
میزان بیماری	2	3	5	؟
	-1	0	1	2

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i * \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{(-1 * 2) + (0 * 3) + (1 * 5) - \frac{(-1 + 0 + 1)(2 + 3 + 5)}{3}}{((-1)^2 + (0)^2 + (1)^2) - \frac{(-1 + 0 + 1)^2}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-1 + 0 + 1}{3} = 0 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2 + 3 + 5}{3} = \frac{10}{3} = 3.33$$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \quad 3.33 = a + (1.5 * 0) \quad a = 3.33$$

$$y = 3.33 + 1.5 * x$$

$$x_m = 26 \rightarrow x = 26 - 24 = 2 \rightarrow y = 3.33 + (1.5 * 2) = 6.33$$

روند بیماری صعودی است

3) نمرات دانشجویان بشرح زیر است. الف) مد(نما) داده ها چه مقدار است (چرا) ب). میانه داده ها چه مقدار است؟ ج) صدک 25 را محاسبه کنید. د) میانگین و واریانس و انحراف معیار نمرات دانشجویان را بدست آورید (20نمره)

نمره = x	10	13	14	15	16
تعداد = f	1	2	3	2	2

نمره = x	10	13	14	15	16
تعداد = f	1	2	3	2	2
F	1	3	6	8	10

مد داده ای بمقدار 14 میباشد زیرا بیشترین تعداد را دارد

$$M=14$$

=====

میانه داده ها

$$Q \sum f_i = \frac{1}{2}(1 + 2 + 3 + 2 + 2) = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 5+ \rightarrow F_i=6 \rightarrow m=14$$

یعنی نصف داده ها 14 یا کمتر از 14 هستند

=====

$$Q \sum f_i = \frac{25}{100} (1 + 2 + 3 + 2 + 2) = \frac{250}{10} = 2.5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 2.5+ \rightarrow F_i=3 \rightarrow m=13$$

یعنی 25% داده ها 13 یا کمتر از 31 هستند

=====

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(10 * 1) + (13 * 2) + (14 * 3) + (15 * 2) + (16 * 2)}{1 + 2 + 3 + 2 + 2} = \frac{140}{10} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(10 - 14)^2 * 1 + (13 - 14)^2 * 2 + (14 - 14)^2 * 3 + (15 - 14)^2 * 2 + (16 - 14)^2 * 2}{1 + 2 + 3 + 2 + 2} = 2.8 \text{ واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2.8} = 1.67 \text{ انحراف معیار}$$

4) یک دانشجو 110 واحد درسی را با توزیع نرمال و میانگین نمرات 16 و انحراف معیار 2 گذرانده است، در یک درس در ترم بعدی. الف) احتمال اینکه نمره این دانشجو حداکثر 14 شود چقدر است؟ ب) احتمال اینکه نمره این دانشجو بیشتر از 18 شود چقدر است ج) احتمال اینکه نمره دقیقاً 16 شود؟ (جدول توزیع نرمال استاندارد بشرح زیر در نظر بگیرید 20 نمره)

$p(z \leq 2) = 0.98, \quad p(z \leq 1.5) = 0.93, \quad p(z \leq 1) = 0.85, \quad p(z \leq 0.5) = 0.7, \quad p(z \leq 0) = 0.5$
 $p(z \leq -2) = 0.02, \quad p(z \leq -1.5) = 0.07, \quad p(z \leq -1) = 0.15, \quad p(z \leq -0.5) = 0.3$

$$P(x \leq 14) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{14 - 16}{2}\right) = P(z \leq -1) = 0.15$$

$$P(x > 18) = 1 - P(x \leq 18) = 1 - P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{18 - 16}{2}\right) = 1 - P(z \leq 1) = 1 - 0.85 = 0.15$$

$$P(x = 16) = P(x \leq 16) - P(x \leq 15) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{16 - 16}{2}\right) - P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{15 - 16}{2}\right) = P(z \leq 0) - P(z \leq -0.5) = 0.5 - 0.3 = 0.2$$

5) تعدادی افراد بالای 70 سال میزان حافظه بلندمدت آنها را اندازه گرفتیم جداول زیر حاصل شد

X= میزان سن بالای 70 سال	3	4	4	4	5	5
Y= حافظه	1	2	2	3	3	3

ضریب همبستگی پیرسون بین دو سری عدد X و Y را بدست آورید و در خصوص علامت این ضریب و مقدار آن توضیح بنویسید (20 نمره)

X= میزان سن بالای 70 سال	3	4	4	4	5	5
Y= حافظه	1	2	2	3	3	3
X*y	3	8	8	12	15	15

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5}{6} = \frac{25}{6} = 4.16$$

$$\bar{y} = \mu = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3}{6} = \frac{14}{6} = 2.33$$

$$\overline{xy} = \mu = \frac{\sum xy_i}{n} = \frac{3 + 8 + 8 + 12 + 15 + 15}{6} = \frac{61}{6} = 10.16$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{(3 - 4.16)^2 + (4 - 4.16)^2 + (4 - 4.16)^2 + (4 - 4.16)^2 + (5 - 4.16)^2 + (5 - 4.16)^2}{6} = 0.47 \text{ واریانس}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.47} = 0.68 \text{ انحراف معیار}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{(1 - 2.33)^2 + (2 - 2.33)^2 + (2 - 2.33)^2 + (3 - 2.33)^2 + (3 - 2.33)^2 + (3 - 2.33)^2}{6} = 0.55 \text{ واریانس}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.55} = 0.74 \text{ انحراف معیار}$$

$$\text{Corr}(x, y) = \frac{\overline{xy} - \bar{x} * \bar{y}}{\sigma_x * \sigma_y} = \frac{10.16 - 4.16 * 2.33}{0.68 * 0.74} = 0.92$$

همبستگی مستقیم و شدید

sedighias220@yahoo.com