

- 1) داده‌های زیر را داریم . الف) مد(نما) داده‌ها محاسبه کنید ب- میانه داده‌ها محاسبه کنید ج- دهک هفتم داده‌ها را محاسبه کنید د- میانگین و واریانس و انحراف معیار داده‌ها را محاسبه کنید رابطه جمع و تفریق میانگین با انحراف معیار و با دو برابر انحراف معیار محاسبه و تحلیل کنید(40نمره)

نمره = x	12-14	10-12	16-18	8-10	14-16
تعداد = f	3	2	2	1	2

نمره = x	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
تعداد = f	1	2	3	2	2
F	1	3	6	8	10
xn	9	11	13	15	17

مد یا نما : همان داده ای است که بیشترین فراوانی(تعداد) را دارد که میشود 12-14 که بایستی دقیقاً مشخص کنیم چه عددی بین 12-14 میباشد

$$M = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) * C = L_i + \left( \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) * C = 12 + \frac{3-2}{(3-2) + (3-2)} * 2 = 13$$

میانه : میانه = وسط صف منظم داده که  $p=1/2$

$$Q * \sum f_i = \frac{1}{2} \sum f_i = \frac{1}{2} * (1 + 2 + 3 + 2 + 2) = 5$$

$$\rightarrow 5 \rightarrow \frac{F}{F} \rightarrow F = 6 \rightarrow \frac{F}{X} \rightarrow x = 12 - 14$$

میانه عددی بین 12-14 است که برای تعیین دقیق آن

$$Q_{\frac{1}{2}} = L_i + \frac{Q * \sum f_i - F_{i-1}}{f_i} * C = 12 + \frac{\frac{1}{2} * (1 + 2 + 3 + 2 + 2) - 3}{3} * 2 = 13.33$$

دهک هفتم

$$Q * \sum f_i = \frac{7}{10} \sum f_i = \frac{7}{10} * (1 + 2 + 3 + 2 + 2) = 7$$

$$\rightarrow 7 \rightarrow \frac{F}{F} \rightarrow F = 8 \rightarrow \frac{F}{X} \rightarrow x = 14 - 16$$

چارک اول عددی بین 14-16 است که برای تعیین دقیق آن

$$Q_{\frac{7}{10}} = L_i + \frac{Q * \sum f_i - F_{i-1}}{f_i} * C = 14 + \frac{\frac{7}{10} * (1 + 2 + 3 + 2 + 2) - 6}{2} * 2 = 15$$

میانگین با Xn

$$\bar{x} = \mu = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(9 * 1) + (11 * 2) + (13 * 3) + (15 * 2) + (17 * 2)}{1 + 2 + 3 + 2 + 2} = \frac{134}{10} = 13.4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(9 - 13.4)^2 * 1 + (11 - 13.4)^2 * 2 + (13 - 13.4)^2 * 3 + (15 - 13.4)^2 * 2 + (17 - 13.4)^2 * 2}{1 + 2 + 3 + 2 + 2} = 6.24 \quad \text{واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6.24} = 2.5 \quad \text{انحراف معیار}$$

$$\mu \pm \sigma = 13.4 \pm 2.5 = 10.9 \quad \text{تا} \quad 15.9$$

یعنی بیش از 68% داده‌ها بین 10.9 تا 15.9 میباشند

$$\mu \pm 2\sigma = 13.4 \pm (2 * 2.5) = 13.4 \pm 5 = 8.4 \quad \text{تا} \quad 18.4$$

یعنی بیش از 96% داده‌ها بین 8.4 تا 18.4 میباشند

2) در یک منطقه میزان مصرف برق در سالهای گذشته بشرح ذیل میباشد معادله خط رگرسیون را

نوشته پیش بینی سالهای بعد چقدر میباشد (20نمره)

X	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400
Y	1	2	3	3	4	؟	؟

سال مبنا را سال 1396 در نظر میگیریم و همه X ها را از 1396 کم میکنیم

سال=x	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
مصرف	1	2	3	3	4	??	??

میتوان پیش بینی کرد که عدد مصرف روند صعودی دارد پس باید بیشتر از 4 شود

$$y = a + bx \quad , \quad b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \quad , \quad \bar{y} = a + b\bar{x} \rightarrow a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$= \frac{(-2 * 1) + (-1 * 2) + (0 * 3) + (1 * 3) + (2 * 4) - \frac{(-2 - 1 + 0 + 1 + 2) * (1 + 2 + 3 + 3 + 4)}{5}}{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + (1)^2 + (2)^2 - \frac{(-2 - 1 + 0 + 1 + 2)^2}{5}}$$

$$b = \frac{-2-2+0+3+8-\frac{0*13}{5}}{4+1+0+1+4-\frac{0}{5}} \quad b = -\frac{7}{10} = 0.7$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-2 - 1 + 0 + 1 + 2}{5} \quad \bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1 + 2 + 3 + 3 + 4}{5} \quad \bar{y} = \frac{13}{5} = 2.6$$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \rightarrow a = \bar{y} - b\bar{x} \rightarrow a = 2.6 - 0.7 * 0 \rightarrow a = 2.6 \rightarrow y = a + bx \rightarrow$$

$$y = 2.6 + 0.7x$$

$$1399 - 1396 = 3 \rightarrow y = 2.6 + 0.7x \rightarrow y = 2.6 + (0.7 * 3) = 2.6 + 2.1 = 4.7$$

پس برای سال 1400 پیش بینی به مقدار 4.7 میشود

$$1400 - 1396 = 4 \rightarrow y = 2.6 + 0.7x \rightarrow y = 2.6 + (0.7 * 4) = 2.6 + 2.8 = 5.4$$

پس برای سال 1401 پیش بینی به مقدار 5.4 میشود

3) سکه ای سه بار پرتاب میکنیم کلیه حالات و احتمالات شیر و جدول تابع توزیع و تابع چگالی و صحت دو شرط بررسی کنید و نمودار هر دو تابع را رسم کنید (20 نمره)  
 $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$3/8 =$  احتمال دو شیر  $1/8 =$  احتمال سه شیر  $3/8 =$  احتمال یک شیر  $1/8 =$  احتمال اصلا شیر نیاد

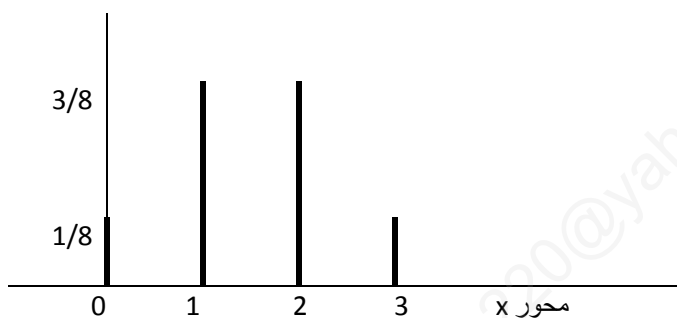
$X =$ تعداد شیر	0	1	2	3
چگالی احتمال $P(X=x) = f(x)$ تابع احتمال	1/8	3/8	3/8	1/8

$R_x = \{0, 1, 2, 3\}$  برد  $x$

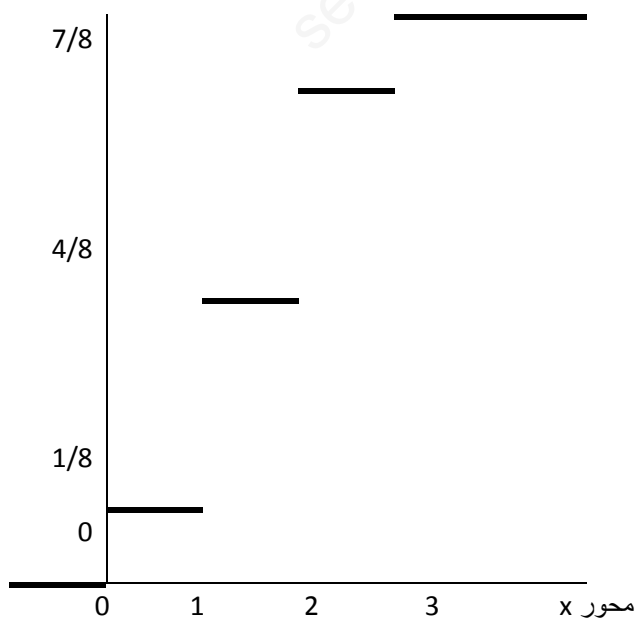
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/8 & 0 \leq x < 1 \\ 4/8 & 1 \leq x < 2 \\ 7/8 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & 3 \leq x \end{cases}$$

تابع توزیع احتمال

$f(x) =$  تابع چگالی احتمال



$8/8 = 1$   $F(x) =$  تابع توزیع احتمال



4) دانشگاه زند کل کامپیوترهای مورد نیازش را از سه شرکت 50٪ از شرکت A و 30٪ از شرکت B و بقیه از شرکت C تامین میکند - میزان کامپیوترهای معیوب در سه شرکت - 2٪ شرکت A - 1٪ شرکت B - 3٪ شرکت C معیوب میباشد. یک کامپیوتر از انبار دانشگاه برمیداریم. الف) احتمال اینکه معیوب باشد؟ ب) احتمال اینکه سالم باشد؟ ج) اگر این کامپیوتر خراب باشد احتمال اینکه از شرکت B باشد چقدر است؟ (10 نمره)

	در صد تامین نیاز	در صد معیوب
A	50%	2%
B	30%	1%
C	100%-(50%+30%)=20%	3%

M = معیوب

$$p(M) = p(A) * p(M|A) + p(B) * p(M|B) + p(C) * p(M|C)$$

$$p(M) = \left(\frac{50}{100} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{30}{100} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{20}{100} * \frac{3}{100}\right) = \frac{190}{10000} = 0.019$$

$$1 - p(M) = 1 - 0.019 = 0.981$$

$$p(B|M) = \frac{p(B) * p(M|B)}{p(A) * p(M|A) + p(B) * p(M|B) + p(C) * p(M|C)}$$

$$p(B|M) = \frac{\frac{30}{100} * \frac{1}{100}}{\left(\frac{50}{100} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{30}{100} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{20}{100} * \frac{3}{100}\right)} = \frac{\frac{30}{10000}}{\frac{190}{10000}} = \frac{30}{190} = \frac{3}{19}$$

5) در ظرفی 7 توپ داریم ( 1 توپ سفید 2 توپ سیاه 4 توپ قرمز ) . الف سه توپ باهم بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه یک توپ قرمز و دو توپ سیاه باشد چقدر است. ب) سه توپ یکی یکی بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است. ج) سه توپ یکی یکی با جایگزینی بیرون میاوریم و به ظرف باز میگردانیم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است. (10 نمره)

الف سه توپ باهم بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه یک توپ قرمز و دو توپ تا سیاه باشد چقدر است

$$\frac{\binom{1}{0} \binom{2}{2} \binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{1 * 1 * 4}{\frac{7!}{3!(7-3)!}} = \frac{4}{35}$$

ب) سه توپ یکی یکی بدون جایگزینی بیرون میاوریم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است

$$\frac{\binom{1}{0} \binom{2}{0} \binom{4}{1}}{\binom{7}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{2}{1} \binom{3}{0}}{\binom{6}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{1}{1} \binom{3}{0}}{\binom{5}{1}} = \frac{4}{7} * \frac{2}{6} * \frac{1}{5} = \frac{8}{210} = \frac{4}{105}$$

ج) سه توپ یکی یکی با جایگزینی بیرون میاوریم و به ظرف باز میگردانیم احتمال اینکه اولی قرمز و دومی سیاه و سومی سیاه باشد چقدر است

$$\frac{\binom{1}{0} \binom{2}{0} \binom{4}{1}}{\binom{7}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{2}{1} \binom{4}{0}}{\binom{7}{1}} * \frac{\binom{1}{0} \binom{2}{1} \binom{4}{0}}{\binom{7}{1}} = \frac{4}{7} * \frac{2}{7} * \frac{2}{7} = \frac{16}{343}$$