

نمونه دوم سوالات آمار توصیفی

+++++

مثال

در جدول زیر نمرات 19 نفر از دانشجویان و فراوانی آنها داده شده.

داده	X_i	18	16	14	13	12	11	9
فراوانی	f_i	2	4	5	4	2	1	1

الف - جدول را یکبار دیگر با نوشتن جدول مقادیر فراوانی نسبی و فراوانی نسبی تجمعی بنویسید

ب - میانه چه عددی است - نما چه عددی است ج - صدک 72 چقدر است

د- میانگین چه مقدار است (دورقم اعشار) ه - واریانس و انحراف معیار چقدر است (دورقم اعشار)

و - این مقادیر را محاسبه و تحلیل کنید $\mu \pm \sigma$ $\mu \pm 2\sigma$

و - با استفاده از حل موارد فوق در جدول زیر میانگین و انحراف معیار بدون حل کامل محاسبه کنید

داده	X_i	20	18	16	15	14	13	11
فراوانی	f_i	2	4	5	4	2	1	1

حل:

الف) داده ها از چپ به راست منظم و مرتب میکنیم

داده	X_i	9	11	12	13	14	16	18
فراوانی	f_i	1	1	2	4	5	4	2
فراوانی تجمعی	F_i	1	2	4	8	13	17	19
فراوانی نسبی $= \frac{f_i}{\sum f_i}$	r_i	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{2}{19}$	$\frac{4}{19}$	$\frac{5}{19}$	$\frac{4}{19}$	$\frac{2}{19}$
فراوانی نسبی تجمعی	R_i	$\frac{1}{19}$	$\frac{2}{19}$	$\frac{4}{19}$	$\frac{8}{19}$	$\frac{13}{19}$	$\frac{17}{19}$	$\frac{19}{19}$

ب) نما - نما (مود) داده ای که f_i آن از دیگر داده ها دارای فراوانی بیشتر است در اینجا داده ه $M=14$ میباشد
 میانه - باید وسط صف منظم داده ها مشخص کنیم چون داده ها دارای فراوانی است نوشتن تمام آنها (نوشتن تمام 19 داده)
 جدول بزرگتری میخواهد که بهتر است از فرمول استفاده کنیم

$$Q \sum f_i = \frac{1}{2} (1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 2) = \frac{19}{2} = 9.5 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 9.5+ \rightarrow F_i = 13 \rightarrow m=14$$

میانه 14 است

صدک 72

$$Q \sum f_i = \frac{72}{100} (1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 2) = \frac{72 \cdot 19}{100} = 13.68 \rightarrow \text{در سطر } F_i \rightarrow 13.68+ \rightarrow F_i = 17 \rightarrow 16$$

یعنی 72٪ داده ها 16 یا کمتر از 16 میباشد

میانگین

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(18 * 2) + (16 * 4) + (14 * 5) + (13 * 4) + (12 * 2) + (11 * 1) + (9 * 1)}{1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 2} = \frac{266}{19} = 14$$

واریانس

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(9 - 14)^2 * 1 + (11 - 14)^2 * 1 + (12 - 14)^2 * 2 + (13 - 14)^2 * 2 + (14 - 14)^2 * 4 + (16 - 14)^2 * 5 + (18 - 14)^2 * 2}{1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 2} = 4.95$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4.95} = 2.22$$

بنابراین میانگین 14 واریانس 4.95 و انحراف معیار 2.22 میباشد

بقیه در صفحه بعد

نمونه دوم سوالات آمار توصیفی

+++++

تحلیل $\mu \pm \sigma$ $\mu \pm 2\sigma$

یعنی بیش از 68٪ داده ها بین 11.78 تا 16.22 میباشند 16.22 تا 11.78 تا $\mu \pm \sigma = 14 \pm 2.22 = 11.78$

یعنی بیش از 96٪ داده ها بین 9.56 تا 18.44 میباشند 18.44 تا 9.56 تا $\mu \pm 2\sigma = 14 \pm (2 * 2.22) = 14 \pm 4.44 = 9.56$

داده جدید و مقایسه با داده قدیم

داده قدیم $x =$	X_i	18	16	14	13	12	11	9
فراوانی	f_i	2	4	5	4	2	1	1
داده جدید $y =$	X_i	20	18	16	15	14	13	11

قانونی داریم که اگر داده‌ها به یک مقدار یکسان اضافه شوند میانگین هم بهمان مقدار اضافه میشود ولی واریانس ثابت میماند

در داده های فوق هر یک از داده جدید باندازه 2 واحد بیش از داده قدیم است

در خصوص x ها در صفحه قبل بدست آوردیم که

$$\bar{x} = 14 \quad \sigma_x = 2.22$$

طبق جدول فوق در خصوص y ها میتوان نوشت که

$$y_i = x_i + 2$$

و طبق قانون میتوان نوشت

$$\bar{y} = \bar{x} + 2 = 14 + 2 \rightarrow \bar{y} = 16 \quad \sigma_y = \sigma_x \rightarrow \sigma_y = 2.22$$

میانگین داده های جدید دو واحد بیشتر از میانگین داده قدیم است و

واریانس داده جدید مساوی واریانس داده قدیم است