

1- در جدول آماری زیر - مد - میانه - دهک ششم - میانگین - واریانس - انحراف معیار را بدست آورید

$X_i$ داده	$f_i$	
12-14	1	
6-8	1	
8-10	3	
10-12	4	
4-6	1	

حل : ابتدا جدول را مرتب نموده و فراوانی تجمعی را بدست میاوریم و داده قدیم  $X_m$  نام میگذاریم و داده جدید  $x$  را که میانگین کران بالا و پایین هر طبقه است بدست میاوریم

نمره = $X_m$	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
تعداد = $f$	1	1	3	4	1
$F$	1	2	5	9	10
نمره = $x$	5	7	9	11	13

مد یا نما : همان داده ای است که بیشترین فراوانی (تعداد) را دارد که میشود 10-12 که بایستی دقیقاً مشخص کنیم چه عددی بین 10-12 میباشد

$$M = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) * C = L_i + \left( \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) * C = 10 + \frac{4 - 3}{(4 - 3) + (4 - 1)} * 2 = 10.5$$

میانه : میانه = وسط صف منظم داده که  $p=1/2$

$$n * p = \sum f_i * p = (1 + 1 + 3 + 4 + 1) * \left( \frac{1}{2} \right) = 5$$

$$\rightarrow 5 + \rightarrow \frac{در}{F} \rightarrow F = 9 \rightarrow \frac{در}{X} \rightarrow x = 10 - 12$$

میانه عددی بین 10-12 است که برای تعیین دقیق آن

$$Q = L_i + \frac{np - F_{i-1}}{f_i} * C \quad m = L_i + \frac{np - F_{i-1}}{f_i} * C = 10 + \frac{(1 + 1 + 3 + 4 + 1) * \left( \frac{1}{2} \right) - 5}{4} * 2 =$$

$$m = 10 + \left( \frac{5 - 5}{4} \right) * 2 = 10$$

دهک 6

$$n * p = \left( \sum f_i \right) * p = (1 + 1 + 2 + 4 + 1 + 1) * \left( \frac{6}{10} \right) = 6$$

$$\rightarrow 6 + \rightarrow \frac{در}{F} \rightarrow F = 9 \rightarrow \frac{در}{X} \rightarrow x = 10 - 12$$

برای محاسبه دقیق دهک 6

$$Q = L_i + \frac{np - F_{i-1}}{f_i} * C \quad Q = L_i + \frac{np - F_{i-1}}{f_i} * C = 10 + \frac{(1 + 1 + 3 + 4 + 1) * \left( \frac{6}{10} \right) - 5}{4} * 2 =$$

$$Q = 10 + \frac{6 - 5}{4} * 2 = 10.5$$

میانگین با  $X_n$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{(5 * 1) + (7 * 1) + (9 * 3) + (11 * 4) + (13 * 1)}{1 + 1 + 3 + 4 + 1} = \frac{96}{10} = 9.6$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 * f_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{(5 - 9.6)^2 * 1 + (7 - 9.6)^2 * 1 + (9 - 9.6)^2 * 3 + (11 - 9.6)^2 * 4 + (13 - 9.6)^2 * 1}{1 + 1 + 3 + 4 + 1}$$

$$\sigma^2 = 4.84$$

انحراف معیار

$$\sigma = \sqrt{4.84} = 2.20$$

2- گرایش دانشجویان از سیستم عامل لینوکس به سمت سیستم عامل ویندوز بشرح ذیل است پیش بینی سال 1399 چقدر میباشد

سال = x	1395	1396	1397	1399
رشد استفاده ویندوز	5	4	2	??

حل : ابتدا در جدول مقادیر X قدیمی را Xm نام گذاشته و آنرا را تغییر میدهیم مثلا همه را از 1396 کم میکنیم

سال = Xm	1395	1396	1397
x	-1	0	+1
مصرف = y	5	4	2

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i * \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{(-1 * 5) + (0 * 4) + (1 * 2) - \frac{(-1 + 0 + 1)(5 + 4 + 2)}{3}}{((-1)^2 + (0)^2 + (1)^2) - \frac{(-1 + 0 + 1)^2}{3}} = \frac{-3}{2} = -1.5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-1 + 0 + 1}{3} = 0 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{5 + 4 + 2}{3} = \frac{11}{3} = 3.66$$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \quad 3.66 = a + (-1.5 * 0) \quad a = 3.66$$

$$y = 3.66 - 1.5x$$

$$Xm = 1399 \rightarrow x = 1399 - 1396 = 3 \rightarrow y = 3.66 - (1.5 * 3) = -0.84$$

3- یک شرکت کامپیوتری 9 کامپیوتر دارد 3 تا از آنها سالم است از این شرکت 3 کامپیوتر میخریم کلیه احتمالات برای این 3 کامپیوتر در جدولی شامل تعداد سالم و چگالی احتمال بنویسید؟ امید سالم بودن را حساب کنید؟  $E(x \geq 2)$  ,  $P(x \geq 2)$

M = معیوب S = سالم

احتمال صفر سالم و 3 معیوب

$$P_{0S \ 3M} = \frac{\binom{6}{3} \binom{3}{0}}{\binom{9}{3}} = \frac{\frac{6!}{3!(6-3)!} * \frac{3!}{0!(3-0)!}}{\frac{9!}{3!(9-3)!}} = \frac{\frac{3! * 4 * 5 * 6}{3! * 3!} * 1}{\frac{6! * 7 * 8 * 9}{3! * 6!}} = \frac{20}{84}$$

احتمال 1 سالم و 2 معیوب

$$P_{1S \ 2M} = \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{\frac{6!}{2!(6-2)!} * \frac{3!}{1!(3-1)!}}{\frac{9!}{3!(9-3)!}} = \frac{\frac{4! * 5 * 6}{2! * 4!} * 3}{\frac{6! * 7 * 8 * 9}{3! * 6!}} = \frac{45}{84}$$

احتمال 2 سالم و 1 معیوب

$$P_{2S \ 1M} = \frac{\binom{6}{1} \binom{3}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{\frac{6!}{1!(6-1)!} * \frac{3!}{2!(3-2)!}}{\frac{9!}{3!(9-3)!}} = \frac{6 * \frac{2! * 3}{2! * 1!}}{\frac{6! * 7 * 8 * 9}{3! * 6!}} = \frac{18}{84}$$

احتمال 3 سالم و صفر معیوب

$$P_{3S \ 0M} = \frac{\binom{6}{0} \binom{3}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{1 * \frac{3!}{3!(3-3)!}}{\frac{9!}{3!(9-3)!}} = \frac{1 * \frac{3!}{3! * 0!}}{\frac{6! * 7 * 8 * 9}{3! * 6!}} = \frac{1}{84}$$

X= تعداد سالم	0	1	2	3
چگالی احتمال $P(X=x) = f(x)$ تابع احتمال	$\frac{20}{84}$	$\frac{45}{84}$	$\frac{18}{84}$	$\frac{1}{84}$

بایستی هر احتمال یعنی هر  $f(x)$  بین صفر و یک شود و جمع کل احتمالات یک بشود که همینطور هم هست

$$\frac{20}{84} + \frac{45}{84} + \frac{18}{84} + \frac{1}{84} = 1$$

$$E(x) = \sum xf(x) = \left(0 * \frac{20}{84}\right) + \left(1 * \frac{45}{84}\right) + \left(2 * \frac{18}{84}\right) + \left(3 * \frac{1}{84}\right) = \frac{84}{84} = 1$$

$$E(x \geq 2) = \sum xf(x \geq 2) = \left(2 * \frac{18}{84}\right) + \left(3 * \frac{1}{84}\right) = \frac{39}{84}$$

$$p(x \geq 2) = \sum f(x \geq 2) = \left(\frac{18}{84}\right) + \left(\frac{1}{84}\right) = \frac{19}{84}$$

4- یک واحد دانشگاه علمی کاربردی کل کامپیوترهای مورد نیازش را از سه شرکت 40% از شرکت A و 50% از شرکت B و بقیه از شرکت C تامین میکند - میزان کامپیوترهای معیوب در سه شرکت - 1% شرکت A - 2% شرکت B - 3% شرکت C معیوب میباشد. یک کامپیوتر از انبار دانشگاه برمیداریم. الف) احتمال اینکه معیوب باشد؟ ب) احتمال اینکه سالم باشد؟ ج) اگر این کامپیوتر خراب باشد احتمال اینکه از شرکت C باشد چقدر است؟

	در صد تامین نیاز	در صد معیوب
A	40%	1%
B	50%	2%
C	$1-(0.40+0.50)=10\%$	3%

M = معیوب

$$p(M) = p(A) * p(M|A) + p(B) * p(M|B) + p(C) * p(M|C)$$

$$p(M) = \left(\frac{40}{100} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{50}{100} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{10}{100} * \frac{3}{100}\right) = \frac{170}{10000} = 0.017$$

$$1 - p(M) = 1 - 0.017 = 0.983$$

$$p(C|M) = \frac{p(C) * p(M|C)}{p(A) * p(M|A) + p(B) * p(M|B) + p(C) * p(M|C)}$$

$$p(C|M) = \frac{\frac{10}{100} * \frac{3}{100}}{\left(\frac{40}{100} * \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{50}{100} * \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{10}{100} * \frac{3}{100}\right)} = \frac{\frac{30}{10000}}{\frac{170}{10000}} = \frac{30}{170} = \frac{3}{17}$$

5- احتمال پنجر شدن لاستیک سمت راست یک خودرو 0.10 و احتمال پنجر شدن لاستیک سمت چپ 0.12 و احتمال اینکه هر دو لاستیک باهم پنجر شود 0.02 و احتمال اینکه بنزین در باک تمام شود 0.01 است. الف) احتمال پنجر شدن لاستیک راست یا چپ چقدر است؟ ب) احتمال اینکه اصلاً پنجر نشود چقدر است؟ ج) احتمال اینکه لاستیک چپ پنجر یا بنزین تمام شود چقدر است؟ د) احتمال اینکه لاستیک چپ پنجر و بنزین تمام شود چقدر است؟

E=لاستیک راست

F=لاستیک چپ

B=بنزین

الف) احتمال اینکه لاستیک راست یا لاستیک چپ پنجر کند

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F) = 0.10 + 0.12 - 0.02 = 0.20$$

ب) احتمال اینکه پنجر نشود عبارتست از

$$1 - P(E \cup F) = 1 - 0.20 = 0.80$$

ج) لاستیک چپ و بنزین دو پیشامد مستقل هستند احتمال لاستیک چپ یا اتمام بنزین رخ دهد

$$P(F \cup B) = P(F) + P(B) = 0.12 + 0.01 = 0.13$$

د) احتمال لاستیک چپ پنجر و بنزین اتمام شود بهم ربطی ندارد مستقل هستند

$$P(F \cap B) = P(F) * P(B) = 0.12 * 0.01 = \frac{12}{100} * \frac{1}{100} = \frac{12}{10000} = 0.0012$$

6- در تابع چگالی احتمال زیر مقدار K را بدست آورید

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2k} & x = -1, 2, 3 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases}$$

7- جدول تابع چگالی با این مقدار k بنویسید و صحت دو شرط تابع چگالی بررسی کنید و در جدول زیر مقادیر تابع چگالی و توزیع را بنویسید و امید ریاضی  $E(x)$  و  $p(x \geq 2)$  را محاسبه کنید

$$\sum f(x) = 1 \rightarrow \sum \frac{x+2}{2k} = 1$$

$$\frac{-1+2}{2k} + \frac{2+2}{2k} + \frac{3+2}{2k} = 1 \rightarrow \frac{10}{2k} = 1 \rightarrow 2k = 10 \rightarrow k = 5$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2K} & x = -1, 2, 3 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2K} & x = -1, 2, 3 \\ 0 & x = \text{دیگر} \end{cases}$$

X	-1	2	3
f(x)	1/10	4/10	5/10
F(x)	0	1/10	5/10
			10/10=1

$$E(x) = \sum x * f(x) = \left(-1 * \frac{1}{10}\right) + \left(2 * \frac{4}{10}\right) + \left(3 * \frac{5}{10}\right) = \frac{22}{10} = 2.2$$

$$p(x \geq 2) = \sum x * f(x) = \left(\frac{4}{10}\right) + \left(\frac{5}{10}\right) = \frac{9}{10} = 0.9$$

sedighias220@yahoo.com